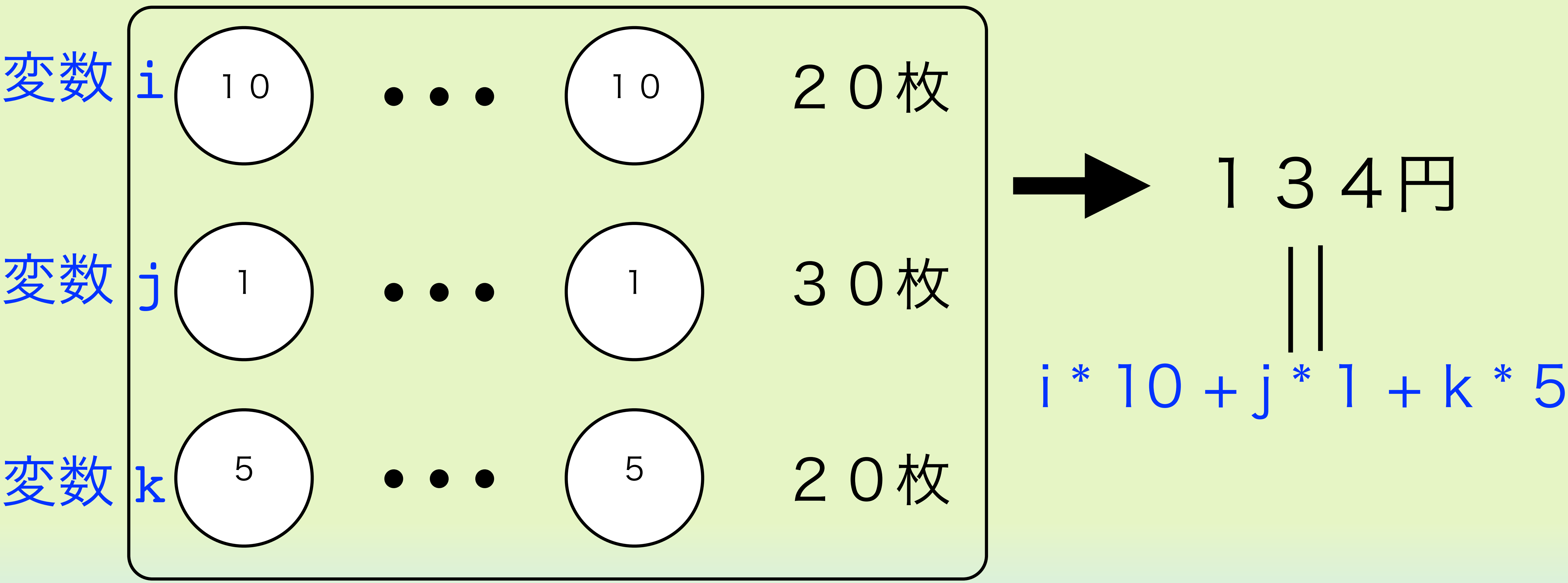
第２回課題１解説 (1)

- 10円玉が20枚，1円玉が30枚，5円玉が20枚ある．ちょうど n円 払う払い方のうち，枚数を最小にする払い方の枚数を返す関数 kadai1(n) を作れ



◇◇ 第２回課題１解説 (2) ◇◇

いろいろな考え方があるが，以下に示すように何も考えずに素直にプログラムを書けば，とりあえず答えとなる．この場合にはこれで十分である．

```
function kadai1(n){
    var min = 1000
    for (var i = 0; i <= 20; i++)
        for (var j = 0; j <= 30; j++)
            for (var k = 0; k <= 20; k++){
                var val = i * 10 + j * 1 + k * 5
                var kk = i + j + k
                if (val == n && min > kk ) min = kk
            }
    return min
}
```

解がないときに何を返すかについては指定していない．この場合には 1000（あり得ない数として）を返す．

◇◇ 第２回課題１解説 (2) 別解 ◇◇

- この問題の特殊性から以下のようなプログラムでも解くことができる

```
function kadai1(n){
    function minn(a, b){
        if (a < b) return a
        else return b
    }
    var i = minn(Math.floor(n / 10), 20)
    var j = minn(Math.floor((n − 10 ∗ i) / 5), 20)
    var k = n − 10 ∗ i − 5 ∗ j

    if (k >= 0 && k <= 30) return i + j + k
    else return 1000
}
```

◇◇ 第２回課題１解説 (2) 別解 ◇◇

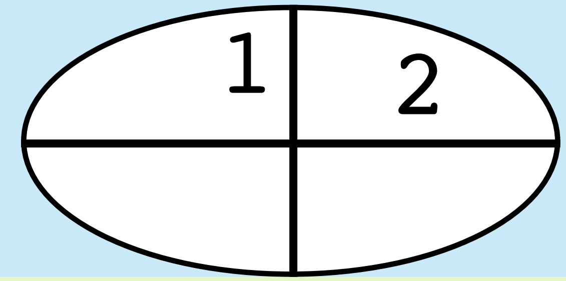
別解が正しい答えを出すことの根拠を示す必要がある．

性質１：コインの枚数のある組(x, y, z)が合計n円になっているとする．すなわち，$10x + y + 5z = n$ とする．このとき，10円玉がまだ余っていてかつ$x + y + z$が最小の組であれば，$y + 5z < 10$ である．

証明： 背理法による． 上記の条件の下で $y + 5z \geqq 10$ とすれば，$z = 0$ のときは 1円玉10枚とし，$z = 1$ のときは1円玉5枚5円玉1枚として，さらに$z \geq 2$ のときは5円玉2枚として，それを余っている10円玉と交換すれば，合計金額が同じで合計枚数をさらに少なくすることができ矛盾する．よって $y + 5z < 10$となっている．

上の性質からまず，与えられたnを超える直前までできるだけ10円玉をとればxは最適になる．同様にして残った金額についてzを決めるには5円玉を取れるだけとればよい．最後にyがうまく取れれば解があるし取れなければ解なし．

第２回課題２解説 (1)



- 短い方の半径が１で長い方の半径が２の楕円の周長を求めよ．
  ただし，楕円の方程式は,

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = 1$$

であり，周長は，nを適当に大きな数として,

$$\ell = 4\sum_{i=0}^{2n-1} \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \left(\sqrt{1-\left(\frac{i}{2n}\right)^2} - \sqrt{1-\left(\frac{i+1}{2n}\right)^2}\right)^2}$$

とかける．また，平方根を計算する関数は`Math.sqrt()`である

前回の課題２解説 (2)

- 標準的な解答 $$\ell = 4\sum_{i=0}^{2n-1}\sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2+\left(\sqrt{1-\left(\frac{i}{2n}\right)^2}-\sqrt{1-\left(\frac{i+1}{2n}\right)^2}\right)^2}$$

```
function kadai2(n){
    var ell = 0
    for (var i = 0; i < 2 * n; i++){
        var d1 =     1.0 / n
        var x1 =       i / n / 2
        var x2 = (i + 1) / n / 2
        var m1 = Math.sqrt(1 - x1 * x1)
        var m2 = Math.sqrt(1 - x2 * x2)
        var d2 = m1 - m2
        ell = ell + Math.sqrt(d1 * d1 + d2 * d2)
    }
    return ell * 4
}
```

原則：複雑な式は単純なものに分解して計算する

前回の課題２解説 (3)

- 関数を用いると，以下のようになる.

$$\ell = 4\sum_{i=0}^{2n-1}\sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \left(\sqrt{1-\left(\frac{i}{2n}\right)^2} - \sqrt{1-\left(\frac{i+1}{2n}\right)^2}\right)^2}$$

```
function kadai2(n){
    var ell = 0
    function sqr(x){return x * x }
    function foo1(i){return sqr(i / n / 2)}
    function foo2(i){return Math.sqrt(1 - foo1(i))}
    for (var i = 0; i < 2 * n; i++){
        var d1 =     1.0 / n
        var d2 = foo2(i) - foo2(i + 1)
        ell = ell + Math.sqrt(sqr(d1) + sqr(d2))
    }
    return ell * 4
}
```