第5回 課題

２分法を用いて実係数の３次方程式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ の実数根をすべて求めるプログラムを書け．３次方程式は1個または3個の実根をもつ．ただし，実根の絶対値は $(\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)}) / a$ よりも小さいという性質（Mignotteの定理）を用いよ．提出に際しては，以下の関数kadaiを提出すること．

function kadai(a, b, c, d)

a, b, c, d はそれぞれf(x)の係数とし，求めた実根を配列として返すこと．ヒント：この方程式の極値を与える点は$f'(x) = 0$によって得られる．これは2次方程式なので，解の個数は判別式でわかる．

代数方程式の解の公式は一切使わないこと！

課題へのヒント

- 3次方程式に限らず2分法を用いるためには，初期区間を決める必要がある．また，さらに，対象となる曲線が単調増加や単調減少であることが必要である．
- そのため，まず，2次方程式を解く関数を作る．2次方程式については判別式があるので，2つの実数解があるか１つも解がないか解かなくても判定できる．2つ根がある場合は，-b/2a を境にして2つに分けて2分法を用いる
- これを用いて，与えられた３次式の導関数f’(x)の実根を上記関数で求める．解がなければ，f(x)は単調であることがわかるので，そのまま2分法で解く．また，実根 m_1, m_2について，$f(m_1) \cdot f(m_2) > 0$ (すなわち同符号）の場合は1つしか解がないことになり，そのまま2分法を用いる．
- 以上以外のケースは，($m_1 < m_2$として，$-A \Leftrightarrow m_1$, $m_1 \Leftrightarrow m_2$, $m_2 \Leftrightarrow A$の3つ区間に分解して，それぞれの零点を計算する．ただし，$A = \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)} / a$ とする．